# ★ 고장률의 형태별 대응 와이블 분포 ★

TPM컨설턴트/품질기술사 권오운

시간당 어떤 비율로 고장이 발생하고 있는가를 나타내는 고장확률밀도함수 $f(t)$ 의 종류로는 와이블(Weibull)분포, 지수분포, 정규분포의 3가지가 있다.

개개의 부품에 대한 고장시간의 분포(수명분포)는 지수분포에 따른다고 알려져 있다. Drenick의 정리에 따르면 개개 부품의 수명분포가 지수분포가 아니더라도 시스템의 수명분포는 비교적 넓은 조건 하에서 근사적으로 지수분포가 된다.

$$R(t) = e^{-lt}$$

$$f(t) = l \cdot e^{-lt}$$

$$l(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{l \cdot e^{-lt}}{e^{-lt}} = l = \frac{1}{MTBF}$$

그리고 계량치의 분포는 정규분포를 한다고 알려져 있다. 따라서 재료의 인장강도와 같이 사용시간 또는 사용회수의 증가에 따라 고장수가 증가하게 되는 부품 또는 시스템의 고장(즉 증가형 고장률 또는 IFR인 경우의 고장)확률밀도함수도 정규분포를 하게 된다.

$$R(t) = 1 - F(t)$$

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2p} \cdot s} \int_{-\infty}^{t} \exp\left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t-m}{s} \right)^2 \right] dt$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2p} \cdot s} \exp\left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t-m}{s} \right)^2 \right]$$

그리고 고장확률밀도함수가 지수분포에 따르면 고장률은 CFR이 된다.

단일부품의 고장확률밀도함수는 대부분의 경우 정규분포가 되며 사용시간이 증가함에 따라 그의 고장률은 증가하게 된다. 왜냐하면 고장률이 상이한 여러 개의 부품이 조합되어 있기 때문에 기기나 시스템 전체의 고장률은 이들의 평균이 되므로 기기나 시스템의 고장률은 일정하게 되기 때문이다.

고장확률밀도함수 $f(t)$가 지수분포를 따르는 경우 고장률함수 「$l(t) = l$ =일정」이 되고, 고장확률밀도함수가 정규분포를 따르는 경우 고장률함수 $l(t)$는 증가형이 된다. 즉, 고장확률밀도함수 $f(t)$에 따라 고장률함수의 분포가 달라진다.

일반적으로 고장률함수의 분포에는 ①감소형 고장률(DFR-decreasing failure rate), ②일정형 고장률(CFR-constant failure rate), ③증가형 고장률(increasing failure rate)의 3가지가 있다. 따라서 고장률함수의 분포에 따라 적절하게 고장확률밀도함수를 표현할 수 있도록 만든 확률분포가 필요한데 이것이 스웨덴의 Waloddi Weibull이 고안한 와이블분포이다.

와이블분포는 다음 식들과 같이 표현되며, 여기서 $m$은 형상모수(shape parameter), $h$는 척도모수(scale parameter) 그리고 $g$ 는 위치모수(position parameter)라고 부른다.

$$f(t)=\frac{m}{h}\left[\frac{t-g}{h}\right]^{m-1}\cdot e^{-\left[\frac{t-g}{h}\right]^{m}}$$

$$F(t)=1-e^{-\left[\frac{t-g}{h}\right]^{m}}$$

$$R(t)=e^{-\left[\frac{t-g}{h}\right]^{m}}$$

$$l(t)=\frac{f(t)}{R(t)}=\frac{m}{h}\left[\frac{t-g}{h}\right]^{m-1}$$

형상모수 $m$은 분포의 형을 결정하는 모수로서

① $m<1$이면 고장률함수는 감소형 고장률(DFR)에 대응한다.

② $m=1$이면 고장률함수는 일정형 고장률(CFR)이 되고 고장확률밀도함수는 지수분포에 대응한다.

③ $m>1$ 이면 고장률함수는 증가형 고장률(IFR)이 되고, 고장확률밀도함수는 정규분포($m=3.5$일 때)에 대응한다.