

3가지 형태의 고장이 존재하는 장비의 수리시스템 분석

윤종근, 이효성

경희대학교 기계·산업 시스템 공학부

초록

본 연구에서는 수리 가능한 장비의 부품조달 및 수리 시스템을 대기행렬 네트워크로 모델링 하였다. 먼저 기지에서 가동 중인 장비의 고장이 발생하면 대기 중인 예비장비가 존재할 경우 예비장비로 즉시 대체되고 고장 장비는 부품창고로 이동한다. 고장장비는 부품창고에서 필요한 부품을 조달 받은 후 예비수리를 거쳐 본 수리소에서 수리를 받고 기지로 돌아온다. 장비의 고장은 수리에 필요한 부품의 종류에 따라 부품 1 만을 필요로 하는 고장, 부품 2 만을 필요로 하는 고장, 그리고 부품 1 과 부품 2 를 동시에 필요로 하는 고장으로 구분하였다. 부품 1, 부품2 창고에서의 부품조달 정책은 (S, Q) 정책으로 부품의 인도기간은 서로 다른 평균을 갖는 지수분포를 따른다. 본 수리소에서도 수리시간이 각각의 고장 형태에 따라서 서로 다른 평균을 갖는 지수분포를 따른다고 가정하였다. 상기 시스템의 성능을 평가하기 위하여 본 연구에서는 수리시스템을 일정한 수의 고객이 존재하는 폐쇄형 대기네트워크로 모델링하고 폐쇄형 대기네트워크의 근사화 기법중의 하나인 Marie의 기법과 행렬기법법을 이용하여 분석하였다.

1. 서론

일반적으로 가동중인 기계는 고장이 발생할 가능성이 항상 존재하므로 수리를 위하여 별도의 수리시설과 예비 부품을 보유한다. 특히 비행기 등과 같이 높은 수준의 가용도를 유지해야 되는 경우에는 고장난 장비를 대체할 예비장비를 보유할 필요가 있게 된다. 그러나 예비장비를 보유하기 위해서는 막대한 투자가 소요되므로, 수리시설의 용량결과와 부품의 조달정책을 통하여 최소한의 예비장비만으로 요구되는 가용도를 유지하기 위한 노력을 기울이고 있다.

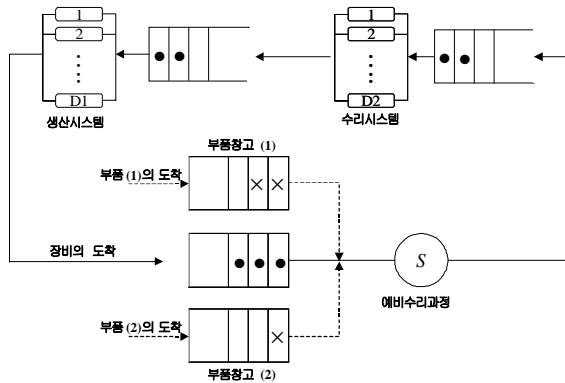
수리 가능한 장비의 예비 부품 재고 정책 등에 대한 수리모형은 1960년대부터 많은 연

구가 진행되어 왔다. 특히 최근에 Abbound와 Diagle[1]는 고장난 장비는 부품창고에서 수리에 필요한 부품을 조달 받고 나서야 수리를 받을 수 있는 모형을 분석하였다. 그러나 이 모형에서는 고장의 종류가 한 가지로 한정되었으며 부품 주문 정책도 고장이 발생할 때마다 부품을 하나씩 주문하는 $(S-1, S)$ 재고정책을 가정하였다. 본 모형에서는 기존 모형을 보다 완화하여 3가지 형태의 고장이 존재한다고 가정하였고 부품정책도 누적 부품 요구량이 Q 개에 이를 때마다 발주하는 (S, Q) 정책을 사용하였다.

2. 모형 설명

본 연구에서 분석하고자 하는 모형은 <그림 1>과 같이 생산시스템, 부품창고 시스템, 수리를 위한 수리시스템으로 구성되어있다. 시스템 내에는 총 N 대의 장비가 존재하며 생산시스템에서 가동중인 장비의 고장이 발생하면 즉시 예비장비로 교체되고 고장장비는 부품 창고 시스템으로 이동해 부품을 조달 받는다. 필요한 부품을 조달 받은 고장장비는 간단한 예비수리를 거친 뒤 수리시스템으로 이동해 본 수리를 받는다. 본 수리를 마친 장비는 즉시 생산시스템으로 복귀한다. 생산시스템에서는 최대 D_1 대의 장비가 가동되며, 수리를 끝낸 장비가 생산시스템에 복귀했을 때 가동 중인 장비가 D_1 대 미만이면 즉시 생산에 투입되고, D_1 대 이상이면 예비장비로 대기한다. 생산시스템에서 가동 중인 장비는 3가지 형태의 고장이 확률적으로 발생한다. 즉, 부품 1만을 요구하는 타입 1 고장, 부품 2만을 요구하는 타입 2 고장, 부품 1과 부품 2를 동시에 요구하는 타입 3 고장으로 분류된다. 또한 각 고장 형태별로 수리시스템에서는 다른 수리시간을 갖는다. 다만 부품창고 시스템 내의 예비수리 단계에서는 수리시간이 작기 때문에 동일한 수리시간을 갖는다고 가정한다. 부품 창고 시스템에서 각 부품의 재고정

책은 (S_i, Q_i) 으로써 목표 재고량은 S_i 이고 누적 부품 요구량이 Q_i 가 이를 때마다 이를 일시에 발주하는 정책을 사용한다. 또한 시스템내의 모든 확률분포는 지수분포를 따른다고 가정했으며 각 하위 시스템에서의 서비스정책은 FCFS를 따른다고 가정하였다. 특히 부품창고 시스템에서는 장비가 부품을 조달 받고 예비수리를 마친 후에야 다음 장비가 부품을 조달 받을 수 있다고 가정한다.



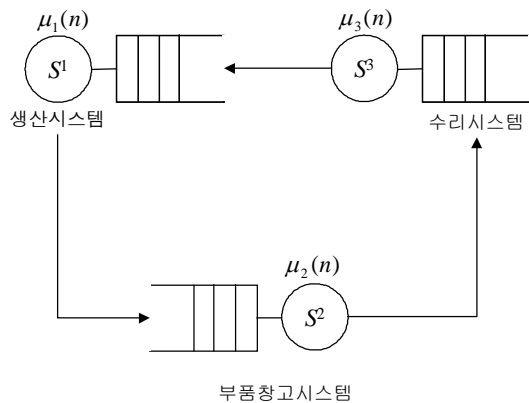
<그림 1> 생산/수리시스템 모형

3. 모형의 수리적 분석과정

본 연구에서는 생산시스템과 부품조달시스템, 수리시스템 내에 항상 M 명의 장비가 존재하므로 이를 고객으로 간주하면 폐쇄형 대기네트워크 모형으로 분석할 수 있다. 그러나 본 폐쇄형 대기네트워크 모형은 승법형 조건을 만족하지 못하기 때문에 근사적 기법을 적용할 수밖에 없다. 따라서 본 연구에서는 비승법형 폐쇄형 대기네트워크의 분석을 위하여 Baynat와 Dallery[2]의 승법형 근사법(product-form approximation method)을 사용하고자 한다. Baynat와 Dallery의 승법형근사법은 서비스시간이 일반분포를 따르는 폐쇄형 대기네트워크를 분석하기 위한 기법으로 Marie의 기법[3]에 기초하고 있다. 승법형근사법은 대기네트워크를 몇 개의 하부네트워크로 분해한 후, 각각의 하부네트워크를 서비스시간이 지수분포를 따르고 서비스율이 상태 의존적인 단일 서버로 치환함으로써 분석하고자 하는 폐쇄형 대기네트워크를 승법형 대기네트워크로 근사화시키는 기법이다. 따라서 본 연구에서는 생산시스템, 부품창고시스템, 수리시스템을 별도의 하위 시스템으로 분해하였고 특히 부품조달과정과 예비수리과정 사이에는 서로 종속적인 관계가 있으므로 하부네트워크의 분해 요건[2]에 의하여 하나의 하위 시스템으로 묶어서 분석을 수행하였다.

각 하위 네트워크에서는 상태종속 서비스율을 안다고 가정할 때 이를 이용하여 <그림

2>와 같이 동등 승법형 대기네트워크를 분석함으로써 상태종속 도착률을 구할 수 있고 또한 상태종속 도착률을 이용하여 3.1~3.3에서 볼 수 있듯이 각 하위 네트워크의 안정상태확률을 구할 수 있다. 개방형 네트워크로 모형화된 각 하위 시스템의 안정상태 확률을 구하면 이를 이용하여 상태종속 산출율을 구할 수 있고, 상태종속 산출율로부터 동등 승법형 대기네트워크의 상태종속 서비스율을 구할 수 있다. 이러한 과정은 순환적 기법을 사용하여 수행될 수 있으며 이에 관한 알고리즘은 뒤 부분에 정리하였다.



<그림 2> 동등 승법형 대기네트워크

3.1 생산시스템의 안정상태 구하기

생산시스템에서는 서버의 수가 D_1 이고 시스템 체제고객수가 n_1 일 때 장비의 고장형태에 관계없이 고장률 μ_1 은 동일하므로 단순히 상태종속 도착률 $\lambda(n_1)$ 을 갖는 $M/M/D_1/N$ 시스템으로 분석할 수 있다.

3.2 부품창고 시스템의 안정상태 구하기

부품창고 시스템을 분석하기 위해서는 장비의 고장형태에 따라 서로 다른 부품조달과정을 거치고 이후 예비 수리를 받아야 한다. 이를 분석하기 위하여 4차원 마코프 체인을 이용하였으며 마코브 체인의 안정상태 확률을 구하기 위하여 행렬기법[4]을 사용하였다.

3.2.1 변수 설정

안정상태 확률을 구하기 위한 변수 설정은 다음과 같다.

n_2 : 부품창고에 체제중인 고장장비의 수

(S_i, Q_i) : i 부품 재고창고에서의 목표재고 수준과 1회 발주량

α_i ($i=1,2,3$):장비의 각 형태별 고장확률
 τ_i ($i=1,2$): Q_i 개의 부품집단 i 의 도착률
 $\lambda(n_2)$: 고장장비의 도착률
 μ_r : 예비수리률
 γ_i : 부품 i 의 요구량
 $c = \begin{cases} 1: \text{고장장비가 예비수리를 받고 있는 경우} \\ 0: \text{그 이외의 경우} \end{cases}$

3.2.2 전이행렬 구하기

위의 변수를 이용하여 ($n_2, \gamma_1, \gamma_2, c$)의 4 차원으로 시스템의 상태를 정의하면 다음과 같이 전이행렬이 구하여 질 수 있다.

$$h_n = \begin{cases} (S_1+1) \cdot (S_2+1), & n=0, \\ (S_1+2) \cdot (S_2+2), & n=1 \end{cases}$$

라 하면, 상태전 행렬 Q 는 다음과 같이 표현된다.

$$Q = \begin{pmatrix} A'_0 & B'_0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ C'_0 & A_1 & B_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & C_1 & A_2 & B_2 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_1 & A_N & B_N \end{pmatrix}$$

여기서 각 하위 행렬의 형태는 다음과 같다.

① 행렬 A'_0, B'_0, C'_0 의 형태

$g_0 = S_2+1, g_1 = S_2+2$ 라하고 $[x]: x$ 를 넘지 않는 최대의 정수 값이라 하면

$$\begin{cases} A'_0(k, k-Q_2) = [\{k-(m-1)g_0-1\} / Q_2] \cdot \tau_2 \\ \text{for } (m-1)g_0+Q_2+1 \leq k \leq m g_0, \\ (1 \leq m \leq S_1+1) \\ A'_0(k, k-Q_1 g_0) = [(m-1) / Q_1] \cdot \tau_1 \\ \text{for } (m-1)g_0+1 \leq k \leq m g_0, \\ (Q_1+1 \leq m \leq S_1+1) \\ B'_0(k, k+m) = \alpha_2 \lambda(0) \\ B'_0(k, l) = \alpha_1 \lambda(0) \\ B'_0(k, l+1) = \alpha_3 \lambda(0) \\ \text{for } (m-1)g_0+1 \leq k \leq m g_0, \\ l = m g_1+1 \quad (1 \leq m \leq S_1+1) \\ C'_0(k, k-m+1) = \mu \\ \text{for } (m-1)g_1+1 \leq k \leq m g_1-1, \\ (1 \leq m \leq S_1+1) \end{cases}$$

② 행렬 A_n, B_n, C_n ($n \geq 1$)의 형태

(A_n, C_n 는 A_1, C_1 동일함)

$$\begin{cases} A_n(k, k-Q_2) = [\{k-(m-1)g_1-1\} / Q_2] \cdot \tau_2 \\ \text{for } (m-1)g_1+Q_2+1 \leq k \leq m g_1, \\ (1 \leq m \leq S_1+2) \\ A_n(k, k-Q_1 g_1) = [(m-1) / Q_1] \cdot \tau_1 \\ \text{for } (m-1)g_1+1 \leq k \leq m g_1, \\ (Q_1+1 \leq m \leq S_1+2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_n(k, k) = \lambda(n) \\ \text{for } 1 \leq k \leq h_1 \quad (1 \leq n \leq N-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_n(k, k+1) = \alpha_2 \mu \\ C_n(k, k+g_1) = \alpha_1 \mu \\ C_n(k, k+g_1+1) = \alpha_3 \mu \\ \text{for } (m-1)g_1+1 \leq k \leq m g_1-1 \\ (1 \leq m \leq S_1+1) \end{cases}$$

전이율 행렬의 모든 대각선 값은 행렬의 각 행의 합이 0이 되게 조정하여 구할 수 있다.

3.2.3 안정상태 확률 구하기

먼저 각 상태별 확률을 그룹화 시키면

$\Pi = (\Pi(0), \Pi(1), \dots, \Pi(N))$ 로 표현할 수 있다. 각각의 소행렬을 이용하여 균형방정식을 작성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Pi(0) \cdot A'_0 + \Pi(1) \cdot C'_0 &= 0 \\ \Pi(0) \cdot B'_0 + \Pi(1) \cdot A_1 + \Pi(2) \cdot C_1 &= 0 \\ \Pi(i-1) \cdot B_{i-1} + \Pi(i) \cdot A_i \\ &+ \Pi(i+1) \cdot C_1 = 0 \quad (2 \leq i \leq N-1) \\ \Pi(N-1) \cdot B_{N-1} + \Pi(N) \cdot A_N &= 0 \end{aligned}$$

또한 균형방정식의 반복적 구조를 이용하면 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\Pi(n) = \Pi(n-1) \cdot R(n) \quad (2 \leq n \leq N)$$

여기서 $R(n)$ 은 $h_1 \times h_1$ 행렬이다.

$R(n)$ 의 구체적인 값은 다음과 같은 두 식에 의해 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} R(N) &= -B_{N-1} \cdot [A_N]^{-1} \\ R(i) &= -B_{(i-1)} \cdot [A_i + R(i+1)C_1]^{-1} \\ &\quad (2 \leq i \leq N-1) \end{aligned}$$

따라서 아래 세 식을 이용하여 $\Pi(0)$ 와 $\Pi(1)$ 를 구할 수 있고 나머지 확률도 순차적으로 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Pi(0) \cdot A'_0 + \Pi(1) \cdot C'_0 &= 0 \\ \Pi(0) \cdot B'_0 + \Pi(1) \cdot [A_1 + R(2)C_1] &= 0 \\ \sum_{n=0}^N \Pi(n) \cdot e(n) &= 1 \end{aligned}$$

$e(n)$: 모든 원소가 1인 $h_n \times 1$ 인 행렬

$\prod_{k=2}^n R(k)$: $h_1 \times h_1$ 행렬

3.3 수리 시스템의 안정상태 구하기

각 고장의 형태별로 다른 수리시간을 가지 고 총 D_2 대의 수리시설이 가동중인 수리시스템의 안정상태 분석과정도 앞의 부품 창고 시스템의 분석과 동일한 분석방법을 사용하였다. 다만 수리시스템에서는 각 안정상태 확률을 구하기 위하여 3가지 정보만이 요구되므로 다음과 같은 3차원 마코프 체인을 이용하였다. n_3 를 수리시스템에 체제중인 고장장비 수, r_i 를 각 고장 형태별로 수리중인 장비 수라 할 때 상태는 (r_1, r_2, n_3) 로 정의될 수 있으며, 세부 분석과정은 지면관계상 생략한다.

3.4 분석 알고리즘

앞부분에서 설명한 과정을 종합하여 알고리즘으로 표현하면 다음과 같다.

단계 1. $\mu_i(n)$ 의 초기화, $1 \leq i \leq 3$

단계 2. 반복과정

단계 2.1: 동등 승법형 대기네트워크를 분석하여 다음과 같이 각 하위 네트워크의 $X_i(n)$ 을 구한다.

$$X_i(n) = \frac{G_{3/i}(N-n-1)}{G_{3/i}(N-n)} \quad 0 \leq n \leq N-1$$

여기서 $G_{3/i}(k)$ 는 3개의 스테이션 중 스테이션 i 를 제외하고 계산한 정규화 계수이다.

단계 2.2: $X_i(n)$ 의 값을 $\lambda_i(n)$ 으로 놓고 3.1~3.3을 통하여 $P_i(n)$ 을 구한다.

단계 2.3 : 다음과 같은 관계를 이용하여 $\mu_i(n)$ 를 계산한다.

$$\mu_i(n) = \lambda_i(n-1) \frac{P_i(n-1)}{P_i(n)} \quad 1 \leq n \leq N$$

단계 2.4 : $\mu_i(n)$ 가 수렴하지 않으면 단계 2.1로 돌아간다. $\mu_i(n)$ 가 수렴하면 단계 3으로 간다.

단계 3. 시스템의 성능척도를 구한다.

4. 결과분석

예제를 통하여 많은 실험을 하였으나 여기에서는 3가지 경우에 대한 실험결과를 소개한다.

예제1. 고장 형태확률=(0.5,0.3,0.2), $D_1=15$, 고장률 :0.5, $D_2=4$, 부품도착률=(1,1.5), $Q=(4,2)$, $S=(13,10)$, 각 수리률=(4,2.5,1), 예비수리율:8

	각 하부시스템	모의실험	알고리즘	오차(%)
N=10	생산 시스템	7.410	7.417	0.094
	부품창고시스템	1.257	1.261	0.318
	수리시스템	1.336	1.329	0.524
N=20	생산 시스템	14.587	14.620	0.226
	부품창고시스템	3.649	3.611	1.041
	수리시스템	1.765	1.769	0.227

예제2. N=20, 고장 형태확률=(0.5,0.3,0.2), $D_1=15$, 고장률=0.5, $D_2=4$, 부품도착률=(1,1.5), $Q=(3,2)$, $S=(13,10)$, 각 수리률=(4,2.5,1), 예비수리율:8

	각 하부시스템	모의실험	알고리즘	오차(%)
	생산 시스템	13.364	13.364	0.000
	부품창고시스템	3.010	2.927	2.757
	수리시스템	3.630	3.710	2.204

예제3. 고장 형태확률=(0.5,0.3,0.2), $D_1=10$, 고장률 :1.0, $D_2=3$, 부품도착률=(1.4,1), $Q=(4,2)$, $S=(8,5)$, 각 수리률=(3,1.5,0.5), 예비수리율:6

	각 하부시스템	모의실험	알고리즘	오차(%)
N=20	생산 시스템	4.130	3.830	7.264
	부품창고시스템	5.120	5.020	1.953
	수리시스템	10.742	11.150	3.798

본 연구에서 실험한 대부분의 예제에서 근사적 방법과 시뮬레이션과의 상대오차는 4% 미만이었으며, 최대 7.3%의 상태오차를 보였다. 본 연구에서 제안한 알고리즘은 10번 이내의 반복에서 수렴함을 관측할 수 있었으며 모든 예제에서 수렴하였다. 비록 본 논문에서는 대표적인 예제군의 결과만을 나타냈으나 다른 예제에 대해서도 위에서 얻어진 결과와 비슷한 양상을 보였음을 밝힌다.

참고 문헌

[1] Abboud, NE and Diagle, JN, "A little's result approach to the service constrained spares provisioning problem for repairable items," Open Res., Vol. 45, pp.577-583, 1997.

[2] Baynat B. and Dallery Y., "A unified View of product-form Approximation Techniques for Closed Queueing Networks," Performance Evaluation, Vol 18, pp205-224, 1993.

[3] Marie, R.A., "An Approximation Analytical Method for General Queueing Networks," IEEE Trans. Soft. Eng. SE-5, NO.5, pp.530-538, 1979

[4] Neuts, M. F. Matrix-geometric solution in stochastic models, The John Hopkins University Press, 1981.