Journal of the Korean Institute
of Plant Engineering
Vol.2,No.2, December, 1997

다속성 의사결정문제에서 최적 설비선정을 위한 대화형 접근방법의 비교+

A Comparison of Interactive Approaches to Select Optimal Facilities in MADM Situations+

이강인*, 이진식*
Kang-In Lee*, Jin-Shik Yi*

Abstract

The purpose of this paper is to compare a Utility/Value Function(UVF) model with a Fuzzy Choquet's Integral(FCI) model, which are designed to find out optimal preferred solutions for Multi-Attribute Decision-Making(MADM) problems with many attributes and alternatives.

The basic idea of these models is essentially subgrouping of attributes and successively eliminating inefficient solutions. But the difference between these two models lies in the fact that the UVF model is based upon pairwise comparisons of alternatives and the FCI model is based upon decision-maker's judgements about the relative importance of subgroups of attributes. However, in the UVF model, the transitivity should be maintained in the preference comparison of alternatives that are given. In the FCI model, the degree of preferential dependence on the attributes should, also, be obtained accurately.

1. 서 론

일반적으로 다속성 의사결정(Multi-Attribute Decision-Making:MADM)문제에서 최선의 의사결정이 되기 위해서는 의사결정자가 의사결정의 주체로서 가장 만족스럽게 수용할 수 있는 대안을 선택하는 것이다[6,10, 13]. 이러한 연구결과는 대부분의 의사결정 상황이 매우 복잡한 시스템의 구조와 불확실성·애매성을 내포하고 있기 때문에 기업

+ 본 연구는 '95년도 전주대학교 학술연구비의 지원에 의해 수행된 결과임.
* 전주대학교 산업공학과

이나 공공 부분에서 빈번히 발생하는 설비·장비의 선정문제에 적용시킬 경우 의사결정자의 입장을 좀더 정확하게 반영할 수 있어야 한다는 것이다. 예를들어, 어느 회사에서 최고경영자가 유연 생산시스템(Flexible Manufacturing Systems:FMS)설비를 도입[1,2,3,11]하기 위해 다음과 같은 여러 개의 그룹속성

투자비용 : 기계구입, 파렛트(pallet)와 고정구(fixture), 공구와 소프트웨어(software)
생산능력 : 예비생산능력
유 연 성 : 부품족(part family), 배치크기(batch size), 단위시간당 처리량, 경로(routing), 부품의 복잡성, 잠재성
경제적 위험 : 시장과 제품의 변화, 급속한 기술변화

을 고려한다면, 이때 부품족(part family)의 유연성 향상(positive)시키기 위해서는 기계구입에 따르는 투자비용을 상승(negative)시켜야 하는 등의 무수한 상충문제가 발생할 수 있을 것이다. 이러한 MADM문제에서는 다수의 속성간에 발생하는 상충문제가 적절히 상쇄되지 않으면 안되는데, 고려해야 할 설비와 속성의 수가 많아지면 많아질수록 문제해결을 더욱 복잡하게 할 것이다.

지금까지 이러한 측면에서 연구·개발된 주요한 기법들 중 수리적 방법들은 주어진 문제에 대한 모형이나 선호구조에 제약을 가하여 최적 선호해(optimal preferred solution)를 구할 수 있지만 의사결정자의 입장을 거의 반영할 수 없으며, 이를 개선하기 위한 기존의 대화형 접근방법 역시 비교가능한 설비와 속성을 모두 동시에 고려해야 하기 때문에 이들의 수가 많으면 많을수록 쌍비교(pairwise comparisons) 등으로 발생하는 경우의 수가 기하급수적으로 많아져서 의사결정자가 제공해야 하는 정보의 양이 매우 많아진다는 어려움을 내포하고 있다. 또한, 지금까지의 방법들은 대부분 속성간의 선호독립성(preferential independence)을 가정하고 있기 때문에 현실성이 부족하다.

따라서 본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 제시한 다음과 같은 두 가지의 대화형 접근방법 즉, (1) 효용함수(Utility/Value Function : UVF)를 이용한 모형[1]과 (2) 퍼지 Choquet적분(Fuzzy Choquet's Integral)을 이용한 모형[2]에 대하여 최적 선호해를 얻는 과정에서 의사결정자에게 요구하는 정보의 양이나 간편성·이해도의 측면은 의사결정자들에게 기법활용을 위한 중요한 판단자료가 될 수 있음을 감안하여 이들의 결과를 비교·검토하고자 한다.

위의 두 가지 접근방법들의 기본개념은 모두 선택 가능한 많은 설비와 속성을 갖는 MADM상황에서 전체 속성들의 집합에 대하여 우선적으로 심하게 선호종속성(preferential independence)이 존재하는 속성들을 몇 개의 그룹속성으로 분할한 다음, 이들의 그룹간에는 최소한의 선호독립성(preferential independence)을 갖도록 하여 의사결정자가 중요하다고 생각하는 그룹부터 단계적

으로 고려해 가면서 선택 가능한 설비의 수를 점차적으로 줄여나가 궁극적으로 최적 선호설비를 선택할 수 있도록 하기 위한 것이다.

그리고 실제 적용가능성과 타당성 검토를 위하여 수치예에 대한 결과분석을 실시하였으며, 앞으로의 연구방향을 제시하였다.

2. 기호정의

본 연구에서는 선호종속성을 허용하는 MADM문제에 대하여 효용함수를 이용한 모형과 퍼지 Choquet적분을 이용한 모형을 비교하기 위하여 다음과 같이 기호를 정의하기로 한다.

n_0 : 원문제에서 고려할 전체 속성의 수

m_0 : 원문제에서 고려할 선택 가능한 전체 설비의 수

a_i : 원문제의 i 설비 $i=1,\cdots,m_0$

z : n_0개의 전체 속성을 상호독립적인 소수의 그룹으로 분할한 그룹의 수

p : 단계를 의미하며 $p=1,2,\cdots,z\le n_0$

n_p : 단계 p에서 추가고려하는 속성의 수, $n_0=n_1+n_2+\cdots+n_z$

m_p : 전 단계에서 제거하고 남은 것으로 단계 p에서 선택 가능한 설비의 수

A_0 : 원문제의 선택 가능한 전체 설비들의 집합으로 $A_0=\{a_1,a_2,\cdots,a_{m_0}\}$

G_p : 단계 p에서 고려하는 그룹속성으로 $G_p=\{c_1^p,c_2^p,\cdots,c_{n_p}^p\}$, 단, $c_j^p=G_p$의 j 속성(j=1,2, $\cdots$, n_p)

A_p : 단계 p에서 제거하고 남은 설비들의 집합으로 $A_0\supseteq A_1\supseteq\cdots\supseteq A_z$

λ_p : 속성 그룹의 G_p전체에 대한 가중치로 그룹의 순위는 중요도를 의미하기 때문에 $\lambda_1\ge\lambda_2\ge\cdots\ge\lambda_z\ge0$이고 $\sum_{p=1}^{z}\lambda_p=1$

x'_{ij} : 벡터 정규화(vector normalization) 이전의 설비 a_i의 j번째 속성에 대한 평가치로 x'_{ij}의 값이 크면 클수록 좋은 경우로 가정, 여기서 $i=1,2,\cdots,m_0$이고 $j=1,2,\cdots,n_0$

x_{ij} : 각 속성에 대해서 x'_{ij}를 벡터정규화한 값으로 $x_{ij}=x'_{ij}/(\mathrm{Max}_i\ x'_{ij})$

$\nu_p(a_i)$: 설비 a_i의 G_p에 관한 UVF

$\upsilon(\{c_j^p\})$: G_p에 속한 j번째 속성의 중요도

$h(o_{ij}^p)$: 설비 a_i의 G_p에 속한 속성들의 평가치를 내림차순으로 순서화했을 때의 j번째 속성값

$U_p(a_i)$: 단계 p까지의 $\nu_p(a_i)$에 그룹별 가중치 λ_p를 고려한 값으로 $U_p(a_i)=\sum_{p=1}^{p}\lambda_p\cdot\nu_p(a_i)$. 즉, 전체 속성을 모두 고려한 설비 a_i의 $U(a_i)=U_z(a_i)$

α : UVF의 $\nu(\cdot)$에 관한 모수벡터

H_p : 단계 p에서 의사결정자가 제시한 m_p개 설비간의 쌍비교 결과의 수로 $H_p \le m_p C_2$

ε_h : 단계 p에서 얻은 H_p개 쌍비교 결과 중 h번째 결과를 UVF $\nu(\cdot)$가 위반하는 오류의 크기로 최소화해야 할 값, $h = 1, 2, \cdots, H_p$

a_*^p : 단계 p까지의 최적 선호해(current optimal preferred solution)

x_*^p : a_*^p의 단계 p까지의 정규화된 평가치 벡터

C_p : 단계 p에서 최적해를 보장하는 절단범위(cutting range)의 상한값

C_p' : 단계 p에서 의사결정자가 조정한 절단범위의 상한 값으로 $C_p' \ge C_p$

한편, 본 연구에서 비교대상으로 삼는 효용함수를 이용한 모형과 퍼지 Choquet적분을 이용한 모형 간의 최적 선호해 수렴측면의 효율성 비교를 하기 위하여 절단범위(cutting range)의 상한값 C_p를 이용하여 제거되고 남는 선택 가능한 설비들이 단계 p의 변화에 따라 어떻게 변화하는지를 고찰해 볼 수 있을 것이다. 여기서

$$C_p' = U(a_*) - \rho\left(1 - \sum_{p=1}^{p} \lambda_p\right) \qquad (1)$$

의 관계를 갖는데, 이것은 선택 가능한 설비의 수가 너무 많아 설비간의 비교에 있어서 추이성(transitivity)을 유지하기 어렵거나 문제를 해결하는데 필요한 시간과 정신적 노력이 과다하다고 생각되어 최적 선호해가 보장되지 않더라도 신속히 만족할 만한 해를 얻고자 하는 경우 단계별 비효율적인 설비(inferior solution)를 제거하기 위한 것이다. 즉, 절단범위의 폭을 조정할 수 있도록 하여 빠른 시간내에 해에 도달하게 함으로써 의사결정자의 입장을 좀더 현실적으로 반영할 수 있도록 하였다. 위의 ρ는 C_p를 조정하기 위한 상수이고, $0 < \rho \le 1$인데, 만약 $\rho = 1.0$이면 $C_p = C_p'$이다.

3. 효용함수 모형과 퍼지 Choquet 적분 모형의 비교

다음의 표 1은 효용함수를 이용한 모형[1]과 퍼지 Choquet적분을 이용한 모형[2]의 간략한 비교를 한 것이다.

3.1 효용함수를 이용한 모형의 수치예

다음의 표 2는 15개의 설비와 9개의 속성을 갖는 MADM문제[1,2,3]를 나타낸 것이다. 표 2에서 x_{ij}는 각 속성에 대해 x_{ij}'를 0부터 1까지 갖도록 벡터정규화 (vector normalization)한 망대특성(larger-is-better characte- ristics)값이다. 이러한 문제가 주어지면 기존의 연구결과를 적용할 경우 의사결정자가 전체적으로 고려해야 할 설비간의 쌍비교 횟수는 ${}_{15}C_2 = 105$회이다. 이러

<표 1> 효용함수 모형과 퍼지 Choquet 적분 모형의 비교

구 분	효용함수를 이용한 모형	퍼지 Choquet적분을 이용한 모형
특 징	어느 의사결정자로부터 단계 p를 거치면서 m_p개의 설비와 G_p에 속한 n_p개의 속성을 가지는 문제에 대해 H_p개의 쌍비교 결과를 얻었다면 그룹 G_p에 속한 UVF $\nu_p(\cdot)$의 모수벡터 α를 결정하기 위해 제시한 효용함수의 모형	단계 p에서 G_p에 속한 m_p개의 설비와 n_p개의 속성을 갖는 문제에 대해 속성의 전체집합을 고려하여 부분집합의 중요도가 상대적 가중치에 반영되어 선호종속성을 내포하는 값으로 표현되는 경우 최적 선호해를 결정하기 위해 제시한 모형
목적함수와 제약조건식	$\text{Min} \sum_{h=1}^{H_p} \varepsilon_h$ (2) $\text{s.t. } \nu_p(a_k)-\nu_p(a_i) \le \varepsilon_h,\ a_i, a_k \in A_{p-1},\ i \ne k$ (3) $\sum_{H_p} \nu_p(a_i)-\nu_p(a_k)=c$ (4) $\varepsilon_h \ge 0,\ h=1,2,\cdots,H_p$ (5) $\nu_p(a_i) \ge 0,\ p=1,2,\cdots,z \le n_0$ (6)	$\text{Max}_{\forall i}\ U_p(a_i)=\lambda_p[\sum_{j=1}^{n_p}\{h(o_{ij}^p)-h(o_{ij+1}^p)\}$ $\cdot\ \upsilon(\{o_{i1}^p, o_{i2}^p, \cdots, o_{ij}^p\})]$ (7) $\text{s.t. } \{h(o_{ij}^p)-h(o_{ij+1}^p)\} \ge 0,\ j=1,2,\cdots,n_p$ (8) $\upsilon(\{o_{i1}^p, o_{i2}^p, \cdots, o_{ij}^p\}) \in [0,1]$ (9) $\{h(o_{in_p+1}^p)\}=0.0,\ i=1,2,\cdots,m_p$ (10) $\sum_{p=1}^{n_p}\lambda_p=1.0,\ \lambda_p \in [0,1],\ p=1,2,\cdots,z \le n_0$ (11)
설 명	식(3)은 G_p그룹에 대한 $h(h=1,2,\cdots,H_p)$번째의 쌍비교 결과에서 설비 a_i를 설비 a_k보다 선호한다고 판단한 경우에 이들 설비에 대한 UVF의 차이는 판단상의 오류 ε_h이하이어야 함을 의미한다. 또한, 식 (4)는 LINMAP[5]절차에서와 유사하게 모든 α에 관한 계수의 합이 어떤 상수(constants:c)임을 의미하는데, 이는 모든 변수의 값이 0(zero)이 되는 자명 해(trivial solution)를 방지하기 위한 제약식이다. 그리고 식 (5)는 식 (3)에서 a_iPa_k에 적용되는 것으로 $\varepsilon_h>0$일 경우 a_kPa_i임을 의미하므로 $\varepsilon_h>0$은 오류의 크기이고, 식 (6)은 G_p의 모든 m_p개 설비에 대한 UVF가 양(positive)의 값을 갖는 것을 의미한다. 그러나 어느 의사결정자로부터 단계 p에서 m_p개의 설비에 대해 속성간의 종속성을 가지는 n_p개의 그룹속성을 고려해 의사결정자가 확신을 가지고 답한 H_p개의 쌍비교 결과를 얻었다면 식 (2)부터 식 (6)에 의해 L.P로 모수벡터 α를 구하여 모든 m_p개 설비에 대한 $\nu_p(a_i)$를 얻을 수 있다.	위의 식 (7)은 단계 p까지의 각각의 설비에 대하여 그룹속성의 가중치 λ_p에 퍼지 Choquet적분으로부터 얻은 값 $_{(C)}\int^p h d\upsilon$을 곱하여 구할 수 있다. 여기서 $\{h(o_{ij}^p)-h(o_{ij+1}^p)\}$는 내림차순으로 순서화한 j번째 값에서 j+1번째의 값을 뺀 것으로 이것은 0(zero)보다 크거나 같다. 또한, 퍼지척도 $\upsilon(\{o_{i1}^p, o_{i2}^p, \cdots, o_{ij}^p\})$은 의사결정자가 주관을 가지고 평가한 내림차순으로 순서화하기 이전의 해당 속성에 대한 중요도 값이다. 여기서 전체 속성을 고려한 $\upsilon(\{o_{i1}^p, o_{i2}^p, \cdots, o_{in_p}^p\})=\upsilon(\Phi)=1.0$이다. 그리고 식 (10)은 n_p개 속성을 고려하고 있으므로 당연히 만족된다. 한편, 식 (11)은 속성 그룹별 가중치의 합이 1.0임을 의미하고, $p(p=1,2,\cdots,\ z \le n_0)$는 유한단계를 거치면서 최종해에 도달하여야 함을 의미한다.

한 많은 설비간의 비교에 있어서 어느 의사결정자로부 터 추이성(transitivity)을 유지하기 어렵거나 문제를 해결하는데 소요되는 시간이 너무과다한 것으로 생각되면 지금까지의 연구결과를 적용한다는 것은 매우 어려울 것이다.

여기서 표 2에 대하여 어느 의사결정자가 단계 p=1일 때 G_1을 고려하여 비교 가능한 설비간의 쌍비교(pairwise comparisons) 결과로 Vansnik[12]에 의한 Kernel의 후보설비가 a_3, a_6, a_{11}와 a_{14}인 다음의 그림 1과 같은

<표 2> 정규화한 의사결정상황

group / 속성 / 설비	G_1			G_2	G_3		G_4		G_5
	c_1^1	c_2^1	c_3^1	c_1^2	c_1^3	c_2^3	c_1^4	c_2^4	c_1^5
a_1	0.127234	0.664627	0.820483	0.751802	0.855460	0.074747	0.524064	0.518223	0.113951
a_2	0.113563	0.717635	0.612197	1.000000	0.343683	0.965656	1.000000	0.609339	0.600638
a_3	0.705573	0.716615	0.852704	0.686920	0.486081	0.337373	0.000000	0.838268	0.578274
a_4	0.447949	0.000000	0.883774	0.529351	0.603854	0.748484	0.708021	0.263097	0.494142
a_5	0.135646	0.494393	0.000000	0.373841	0.611349	0.908080	0.310160	0.749430	1.000000
a_6	0.399579	0.907237	0.918296	0.243048	0.345824	0.417171	0.454545	0.833712	0.233226
a_7	0.231335	0.778797	0.785960	0.737384	1.000000	0.264646	0.552941	0.537585	0.252396
a_8	0.508937	0.620795	0.203682	0.338825	0.262312	0.575757	0.868449	0.000000	0.000000
a_9	0.000000	0.171253	1.000000	0.540679	0.998929	0.617171	0.593582	0.818906	0.463258
a_{10}	0.107255	0.348623	0.969723	0.938208	0.485010	0.195959	0.879144	0.653758	0.904153
a_{11}	0.119873	1.000000	0.669735	0.633367	0.744111	0.860606	0.408556	0.259681	0.071352
a_{12}	0.371188	0.284403	0.673187	0.000000	0.186295	0.270270	0.549732	1.000000	0.441959
a_{13}	1.000000	0.559633	0.410817	0.493305	0.702355	0.943434	0.391443	0.240318	0.467518
a_{14}	0.944269	0.796126	0.332566	0.501544	0.000000	1.000000	0.922994	0.463553	0.775292
a_{15}	0.623554	0.458715	0.822784	0.873326	0.376873	0.000000	0.439572	0.381548	0.425985

선호관계를 보였다면 이러한 결과로부터 얻을 수 있는 UVF는

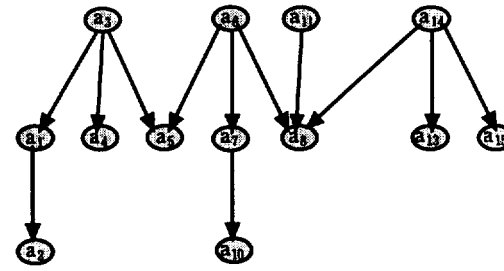
$$\nu_p(a_i) = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{n_p} \alpha_j x_{ij} + \sum_{j=1}^{n_p}\sum_{k>j}^{n_p} \alpha_{jk} x_{ij} x_{ik} + \sum_{j=1}^{n_p} \sum_{k>j}^{n_p}\sum_{l>k}^{n_p} \alpha_{jkl} x_{ij} x_{ik} x_{il} + \cdots + \alpha_{12\cdots n_p} x_{i1} x_{i2} \cdots x_{in_p} \quad (12)$$

이다.

여기서 단계 p=1일 때 식 (2)부터 식 (6)을 이용해 구한

$$\nu_1(a_i) = \alpha_0 + 0.14820x_1 + 0.08372x_2 + 0.76808x_{23}$$

이 되는데, 단계 p=1,2,3,4에 따른 단계별 설비제거와 최적설비의 결과는 다음의 표 3과 같다.



<그림 1> Vansnik 방법에 의한 선호관계 그래프

<표 3> 효용함수모형의 단계별 UVF와 설비제거 변화

구분	p=1			p=2			p=3			p=4		
	$\nu_1(a_i)$	$U_1(a_i)$	설비제거	$\nu_2(a_i)$	$U_2(a_i)$	설비제거	$\nu_3(a_i)$	$U_3(a_i)$	설비제거	$\nu_4(a_i)$	$U_4(a_i)$	설비제거
a_1	0.444782	0.266869	—	0.751802	0.454820	—	0.357869	0.490609	제거	—	—	—
a_2	0.361097	0.216658	—	1.000000	0.466658	—	0.740079	0.540666	—	0.902569	0.576768	제거
a_3	0.616240	0.369744	—	0.686920	0.541474	a_*^2	0.391306	0.580605	a_*^3	0.209064	0.588968	a_*^4
a_4	0.066386	0.039832	—	0.529351	0.172170	제거	—	—	—	—	—	—
a_5	0.025717	0.015430	제거	—	—	—	—	—	—	—	—	—
a_6	0.729465	0.437679	a_*^1	0.243048	0.498441	—	0.391295	0.537570	—	0.549111	0.559534	제거
a_7	0.519512	0.311707	—	0.737384	0.496053	—	0.531344	0.549187	—	0.549109	0.571151	제거
a_8	0.198995	0.119397	—	0.338825	0.204103	제거	—	—	—	—	—	—
a_9	0.131536	0.078922	—	0.540679	0.214091	제거	—	—	—	—	—	—
a_{10}	0.276011	0.165606	—	0.938208	0.400158	—	0.300792	0.430237	제거	—	—	—
a_{11}	0.542211	0.325327	—	0.633367	0.483669		0.818356	0.565505	—	0.371427	0.580362	
a_{12}	0.210902	0.126541	—	0.000000	0.126541	제거	—	—	—	—	—	—
a_{13}	0.371639	0.222983	—	0.493305	0.456243	—	0.855999	0.541842	—	—	—	—
a_{14}	0.406238	0.243743	—	0.501544	0.369129	제거	—	—	—	0.353752	0.555992	제거
a_{15}	0.405953	0.243572	—	0.873326	0.461904	—	0.136684	0.475572	제거	—	—	—

위의 표 3에서 알 수 있는 바와 같이 단계 $p=1$에 대한 현재의 최적 선호해(current optimal preferred solution)는 $a_*^1=a_6$이어서 $x_*^1=[0.399579,0.907237,0.918296]$이다. 이러한 과정을 반복하여 결과적으로 단계 $p=4$일 때의 $A_4=\{a_3, a_{11}\}$을 구할 수 있다. 그러나 G_5에 하나의 속성이 더 남아 있지만 $a_*^4=a_3$과 a_{11}을 비교하여 볼 때, 완전 지배관계(completely dominating)를 갖는다. 따라서 하나의 최적 선호설비를 제외한 모든 설비들이 제거되었으므로 설비 a_3이 최종 최적 선호설비(final optimal preferred solution)이기 때문에 $x_*^5=[0.705573,0.716615,0.852704,0.686920,0.486081,0.337373,0.838268]$임을 알 수 있다.

3.2 퍼지 Choquet적분을 이용한 모형의 수치예

우선 어느 의사결정자로부터 표 2의 수치예에서 $p=1$에 대해 $\upsilon(\{c^1.\})$

$\upsilon(\{c_1^1\})=0.50$, $\upsilon(\{c_2^1\})=0.40$, $\upsilon(\{c_3^1\})=0.45$,

$\upsilon(\{c_1^1, c_2^1\})=0.60$, $\upsilon(\{c_1^1, c_3^1\})=0.70$,

$\upsilon(\{c_2^1, c_3^1\})=0.80$, $\upsilon(\{c_1^1, c_2^1, c_3^1\})=\upsilon(G_1)=1.00$

을 얻었다면 $G_1=\{c_1^1, c_2^1, c_3^1\}$에 대하여 의사결정자가와 c_3^1보다 중요하게 생각하고 있

지만 c_2^1과 c_3^1의 적절한 조화는 c_1^1과 c_2^1 및 c_1^1과 c_3^1를 보다 더욱 중요하게 생각하고 있다는 것을 의미한다. 여기서 표 2의 의사결정상황에 대하여 단계 p=1,2,3,4일 때 식 (7)부터 식 (11)을 이용해 구한 퍼지 Ch-oquet적분을 이용한 모형의 결과는 다음의 표 4와 같다.

위의 표 4를 통해 알 수 있는 바와 같이 단계 p=1에 대한 현재의 최적 선호해는 $a_*^1 = a_3$이어서 x_*^1=[0.705573,0.716615,0.852704]이므로 효용함수를 이용한 모형의 결과와 상이함을 알 수 있다. 그러나 이들의 결과가 반드시 동일해야 하는 것은 아니다. 왜냐하면 의사결정자가 제시한 퍼지척도에 따라 서로 다른 최적 선호설비가 구해질 수 있기 때문이다. 그리고 효용함수를 이용한 모형에서는 G_5속성만을 비교할 때 완전 지배관계를 갖기 때문에 하나의 속성이 더 남아 있지만 더 이상의 반복과정을 필요로 하지 않았다. 그러나 본 모형에서는 G_5에 대하여 설비 a_{13}이 설비 a_3을 완전 지배하는 경우라도 이상의 설비를 탐색할 필요가 없다. 따라서 퍼지 Choquet 적분을 이용한 모형에서는 p=4에서 하나의 최적 선호설비를 제외한 모든 설비들이 제거되었으므로 p=5를 다시 고려하더라도 설비 a_3이 최종의 최적 선호설비(final optimal preferred soluti-on)이기 때문에 x_*^5= [0.705573,0.716615,0.852704,0.686920,0.486081,0.337373,0.000000,0.838268,0.578274]임을 알 수 있다.

3.3 모형간의 비교

지금까지의 분석결과를 통해 단계 p의 변화에 따른 효용함수를 이용한 모형의 결과와 퍼지 Choquet적분을 이용한 모형의 결과를 비교해 보면 다음의 표 5와 같다. 다만, 주어진 문제에 대해서 의사결정자는 동일한 효용함수를 가지고 있는 것으로 가정한다.

위의 표 5를 고찰하여 볼 때, 동일한 단계를 거치면서 구해지는 절단범위는 퍼지 Choquet적분을 이용한 모형이 큰 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 최적해에 큰 영향을 주지 않으면서도 열등 해(inferior solution)를 보다 일찍 제거시킬 수 있음을 의미한다. 일반적으로 효용함수를 이용한 모형[1]에 의하면 ρ를 0.2까지 변화시켜도 최적설비를 보장하는데 별다른 문제가 발생하지 않는다는 것을 알 수 있다. 이러한 결과는 퍼지 Choquet적분을 이용한 모형[2]에서도유사한 결과를 얻을 수 있다. 또한, p=2 이후에는 ρ를 아주 적게 즉, 절단범위를 아주 크게 설정해도 큰 문제가 없음을 알 수 있다. 따라서 의사결정자가 어느 정도 합리적인 범위 $\rho \geq 0.5$에서 절단범위를 상향조정하여 빨리 해에 도달하고자 하는 경우에는 최적의 선호해에 큰 영향을 주지 않으면서 전체적인 계산량이나 요구정보량을 훨씬 더 줄일 수 있다.

〈표 4〉 퍼지 Choquet 적분모형의 단계별 설비제거변화

구분	p=1			p=2			p=3			p=4		
	$(c)\int^1 hdv$	$U_1(a_i)$	설비제거	$(c)\int^2 hdv$	$U_2(a_i)$	설비제거	$(c)\int^3 hdv$	$U_3(a_i)$	설비제거	$(c)\int^4 hdv$	$U_4(a_i)$	설비제거
a_1	0.519805	0.311883	—	0.751802	0.499834	—	0.621246	0.561959	제거	—	—	—
a_2	0.504782	0.302869	—	1.000000	0.552869	—	0.654670	0.618336	제거	—	—	—
a_3	0.773438	0.464063	a_*^1	0.686920	0.635793	a_*^2	0.441469	0.679939	a_*^3	0.708271	0.708271	a_*^4
a_4	0.464890	0.278934	—	0.529351	0.411272	제거	—	—	—	—	—	—
a_5	0.238451	0.143071	—	0.373841	0.236531	제거	—	—	—	—	—	—
a_6	0.709151	0.425491	—	0.243048	0.486253	—	0.381498	0.524402	제거	—	—	—
a_7	0.563035	0.337821	—	0.737384	0.522167	—	0.779394	0.600106	제거	—	—	—
a_8	0.462104	0.277262	—	0.338825	0.361968	제거	—	—	—	—	—	—
a_9	0.475688	0.285413	—	0.540679	0.420583	제거	—	—	—	—	—	—
a_{10}	0.531571	0.318943	—	0.938208	0.553745	—	0.398295	0.593574	제거	—	—	—
a_{11}	0.636882	0.382129	—	0.633367	0.547971	—	0.802359	0.628207	제거	—	—	—
a_{12}	0.472374	0.283424	—	0.000000	0.283424	제거	—	—	—	—	—	—
a_{13}	0.735172	0.441103	—	0.493305	0.564429	—	0.822895	0.646719	—	0.346106	0.627908	제거
a_{14}	0.731130	0.438678	—	0.501544	0.564064	—	0.500000	0.614064	제거	—	—	—
a_{15}	0.647272	0.388363	—	0.873326	0.606695	—	0.188437	0.625539	제거	—	—	—

<표 5> p의 변화에 따른 모형간의 결과비교

방법 / 단계	효용함수를 이용한 모형				퍼지 Choquet적분을 이용한 모형				증 감	
	제거설비의 수	절단범위	최적설비	선호구조	제거설비의 수	절단범위	최적설비	선호구조	제거설비의 수	절단범위
p=1	1	0.037679	a_6	설비간의 쌍비교 {P,I,?}	0	0.064063	a_3	부분속성의 중요도 $v(\{c^p\})$	- 1	+0.026384
p=2	5	0.391474	a_3		5	0.485793	a_3		0	+0.094319
p=3	3	0.530605	a_3		8	0.629939	a_3		+ 5	+0.099334
p=4	4	0.578968	a_3		1	0.698271	a_3		- 3	+0.119303
p=5	1(지배관계)		a_3		계산 불필요		a_3		-	-

따라서, 본 연구를 통해서 속성의 그룹간에는 선호독립관계를 갖지만 그룹 내의 속성간에 선호종속관계를 갖는 보다 현실적인 의사결정상황에 대해 문제를 해결하고자 할 때, 속성별 중요도를 의사결정자로부터 얻을 수 있는 경우 설비간의 쌍비교결과에 따르는 효용함수를 이용한 모형보다 퍼지

Choquet적분을 이용하면 훨씬 계산이 간편하고 의사결정자에게 요구하는 정보의 양을 대폭 줄일 수 있을 것이다.

4. 결 론

일반적으로 제품의 선택·평가 문제 등에서 직면하게 되는 MADM(Multi-Attribute Decision-Making:MADM)문제는 대안과 속성의 수가 매우 많은 것이 보통이기 때문에 이것들을 모두 합리적으로 고려하여 최적 선호해를 선정한다는 것은 시간·비용적으로나 정신적으로 많은 어려움이 따를 수 있다.

본 연구에서는 두 가지의 대화형 접근방법의 결과를 비교하였다. 즉, (1) 효용함수를 이용한 모형과 (2) 퍼지 Choquet적분을 이용한 모형이다. 위의 전자의 모형에서는 여러 가지의 효용함수에 대하여 의사결정자의 효용함수가 속성간에 교호작용(interaction)으로 발생하는 완전 다항식(complete polynomial)형태로 주어지는 경우에 적용할 수 있으며, 후자의 모형에서는 전체의 속성그룹에 대한 중요도에 대하여 부분집합의 속성별 중요도를 얻을 수 있는 경우에 적용할 수 있다. 주어진 문제에 대하여 제거되는 설비의 수, 절단범위와 최적설비의 변화를 고찰하여 볼 때, 의사결정자의 입장에서 요구하는 정보의 양이나 계산의 효율성 입장에서 전자보다 후자의 방법이 유리함을 알 수 있다. 이러한 결과는 수학적인 영역상으로 볼 때 전자가 후자보다 큰 해의 집합 영역을 가지고 있지 않나 생각된다. 이러한 문제의 전반적인 해결은 효용함수와 퍼지 Choquet적분의 관계를 종합적으로 파악·분석하는 것이다.

한편, 두 가지 모형에 있어서 한계점 또한 없지 않다. 즉, 효용함수를 이용한 접근모형에서는 의사결정자가 확실성을 가지고 평가한 주어진 설비간의 선호비교에 있어서 추이성(transitivity)을 갖지 않는 선호역전현상(preference reverse)이 발생하면 적용하기가 어렵다. 또한, 퍼지 Choquet적분을 적용한 모형에서는 부분집합의 속성별 중요도를 얻을 수 없는 경우에 문제해결을 어렵게 할 수 있다. 다만, 이들의 중요도에 대하여 상·하한 값이라도 얻을 수 있다면 선호설비의 선별(clustering)과정을 통해 최종 단계에서 최적 선호해를 구할 수 있을 것이다

참 고 문 헌

[1] 이강인, 조성구, "선호종속을 허용하는 다속성 의사결정문제의 대화형 접근방법", 한국경영과학회지, 제20권, 제2호, 1995, PP.61~76.

[2] 조성구, 이강인, "퍼지 Choquet적분을 이용한 다속성 의사결정문제의 최적 선호대안결정", 대한산업공학회지, 제23권, 제4호, 1997. PP.출판예정.

[3] Barron, H., and Schmidt, C. P., "Sensit- ivity Analysis of Additive

Multiattribute Value Models", Operations Research, Vol.36 (1988), PP.122~127.

[4] Carlsson, C., and Fuller, R., "Multiple Criteria Decision Making ; The Case for Interdependence", *Computer Operations Research*, Vol.22, No.3 (1995), PP. 251~260.

[5] Hwang, C. L., and Yoon, K.S., "Multiple Attribute Decision Making", *Lecture Notes in Economics and Math-ematical Systems*, Springer-Verlag, New York, 1981.

[6] Kahneman, D., and Tversky, A., "Choices, Values, and Frames", *American Psychologist*, Vol.39, No.4 (1984), PP. 341~350.

[7] Mccord, M. R., and De Neufville, R., "Assessment Response Surface; Investigating Utility Dependence on Probability", *Theory and Decision*, Vol.18 (1985), PP. 263~285.

[8] Mccord, M. R., and De Neufville R., "Utility Dependence on Probability ; An Empirical Demonstration", *Journal of Large Scale Systems*, Vol.6(1984), PP.91~103.

[9] Olson, D. L, *Decision Aids for Selecti on Problems*, Splinger-Verlag, New York, 1996.

[10] Ralescu, A. L., *Applied Research in Fuzzy Technology*, Kluwer Academic Publishers, 1994.

[11] Stam, A., and Kuula, M., "Selecting a Flexible Manufacturing System using Multiple Criteria Analysis", *International Journal of Production Research*, Vol.29, No.4(1991), PP.803~820.

[12] Vansnik, J. C., "On the Problem of Weights in Multiple Criteria Decision Making (The Nonco-mpensatory Approach)", *European Journal of Operational Research*, Vol.24(1986), PP.288~294.

[13] Zeleny, M., *Multiple Criteria Decision Making*, Mcgraw-Hill Book Company, New York, 1982.

[14] Zimmermann, H. J., *Fuzzy Sets, Decision Making, and Expert Systems*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1987.